Ekvationer med potenser

Vi minns att:

$\sqrt{16}$ betyder "Vad är det som upphöjt till 2 blir 16?"

Alltså $\sqrt{16} = 4$ eftersom $4^2 = 16$

Vi ser också att eftersom $4 = \sqrt{16}$ så får vi:

$$4^2 = \sqrt{16}^{\,2} = 16$$

Genom att betrakta potenslagarna ser vi även att:

$$(16^{1/2})^2 = 16^{\frac{1}{2} \cdot 2} = 16$$

alltså måste $16^{1/2} = \sqrt{16}$

Enligt samma princip kan man visa:

$$\sqrt[3]{x} = x^{1/3} \qquad \sqrt[4]{x} = x^{1/4} \quad \text{osv}$$

Ex) $\sqrt[3]{27} = 27^{1/3} = 3$ eftersom $3^3 = 27$

$\sqrt[4]{16} = 16^{1/4} = 2$ eftersom $2^4 = 16$

Detta gör att vi kan lösa s.k. potensekvationer, dvs ekvationer av typen

$x^4 = 16$ dvs "Vad upphöjt till 4 blir 16?"

$x = \pm \sqrt[4]{16}$

$x = \pm 2$

För att lösa mer avancerade ekvationer bortser vi från exponenten (men vi får inte ta bort den) och gör "som vanligt". Sedan avslutar vi med en rotdragning.

Ex) $2x^3 + 4 = 20$

$2x^3 = 16$

$x^3 = 8$

$x = \sqrt[3]{8}$ (eller $x = 8^{1/3}$)

$\underline{\underline{x = 2}}$

OBS! Vid jämna exponenter får vi alltid ett positivt och ett negativt svar.

Ex) $x^4 - 9 = 72$

$x^4 = 81$

$x = \pm \sqrt[4]{81}$

$\underline{\underline{x = \pm 3}}$ ty $3^4 = 81$ och $(-3)^4 = 81$