

| | |
|-------------------|--|
| Delprov B | Uppgift 1-9. Endast svar krävs. |
| Delprov C | Uppgift 10-17. Fullständiga lösningar krävs. |
| Provtid | 120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans. |
| Hjälpmedel | Formelblad och linjal. |

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 57 poäng varav 20 E-, 19 C- och 18 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget

E: 13 poäng

D: 21 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå

C: 28 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå

B: 37 poäng varav 6 poäng på A-nivå

A: 44 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritat figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux: _____

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs.* Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. Ange det uttryck som ska stå i parentesen för att likheten ska gälla.

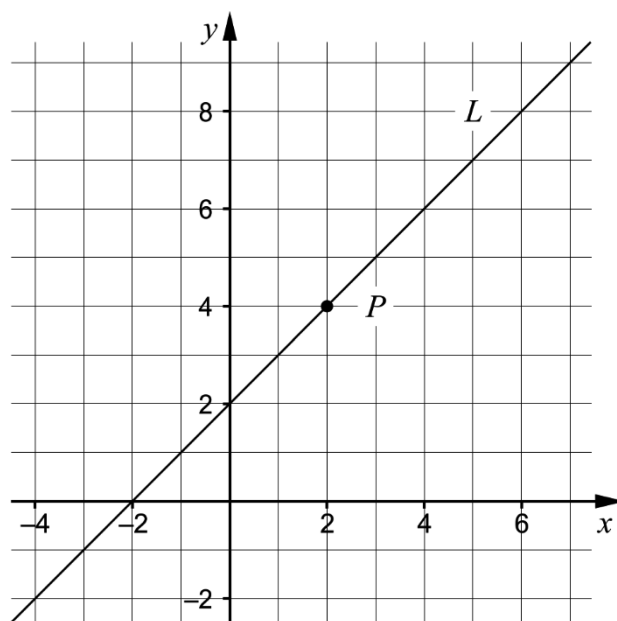
() $\cdot (x - 5) = x^2 - 25$ _____ (1/0/0)

2. Lös ekvationerna. Svara exakt.

a) $5^x = 3$ _____ (1/0/0)

b) $x^{\frac{1}{3}} = 2$ _____ (1/0/0)

3. Koordinatsystemet visar en rät linje L och en punkt P som ligger på linjen.

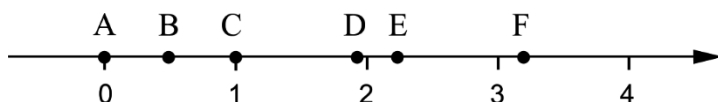


a) Ange ekvationen för den räta linjen L . _____ (1/0/0)

- b) Ange ekvationen för en annan rät linje så att den tillsammans med linjen L bildar ett ekvationssystem som har sin lösning i punkten P .

_____ (1/0/0)

4. På tallinjen finns sex punkter A – F markerade.



Varje tal nedan motsvaras av en markerad punkt på tallinjen.

$$\square 99^0 \quad \square \sqrt{5} \quad \square 2^{-1} \quad \square 10^{\frac{1}{2}} \quad \square \lg 90$$

Para ihop vart och ett av talen med en punkt på tallinjen genom att skriva rätt bokstav A – F vid rätt tal.

(2/0/0)

5. Två av ekvationerna A – E har reella lösningar. Vilka två?

A. $x^2 + 3 = 1$

B. $x^2 + 6x - 3 = 2$

C. $x^2 = -9$

D. $x^2 - 4x + 9 = 2$

E. $(x - 2)(x + 2) = 0$

_____ (0/1/0)

6. Beräkna 10^{-x} om $\lg x = 0$

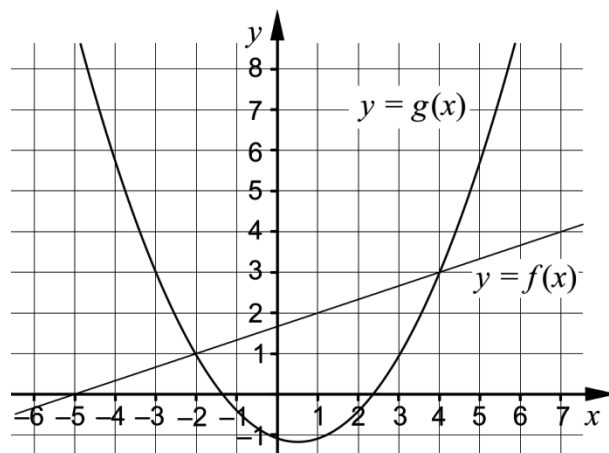
_____ (0/1/0)

7. Under år 1998 skickades 44 miljoner sms i Sverige. Under år 2012 skickades 16 514 miljoner sms. Anta att den årliga procentuella ökningen av antal sms per år har varit lika stor under hela tidsperioden.

Beteckna den årliga förändringsfaktorn med a . Teckna en ekvation med vars hjälp a kan beräknas.

_____ (0/1/0)

8. Koordinatsystemet visar graferna till en rät linje f och en andragsgradsfunktion g .



Besvara frågorna med hjälp av graferna.

a) För vilka värden på x gäller att $g(x) < 3$? _____ (0/2/0)

b) För vilka värden på x gäller att $f(x) - g(x) = 0$? _____ (0/0/1)

9. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

a) $\frac{(\sqrt{x} + \sqrt{3})^2 - (x + 3)}{2}$ _____ (0/0/1)

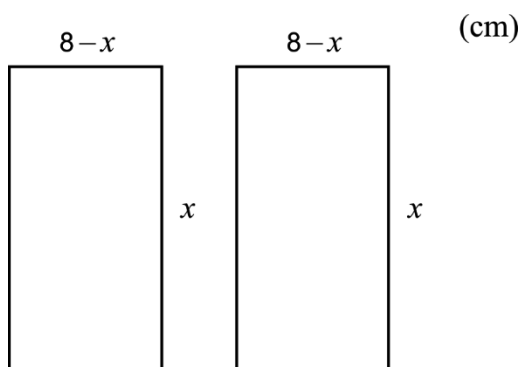
b) $\frac{x^{\frac{5}{6}}(x^{\frac{1}{3}} + 1)(x^{\frac{1}{3}} - 1)}{x^{\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{1}{3}}}$ _____ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

10. Lös andragradsekvationen $x^2 - 6x + 5 = 0$ med algebraisk metod. (2/0/0)

11. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} y - 2x = 5 \\ 2y - x = 4 \end{cases}$ med algebraisk metod. (2/0/0)

12. Figuren visar två rektanglar som har sidlängderna x cm respektive $(8 - x)$ cm.

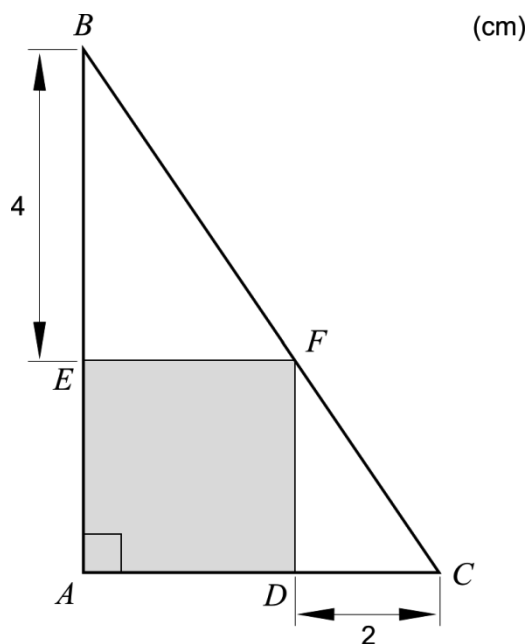


Bestäm den största totala area som de två rektanglarna kan ha tillsammans. (1/2/0)

13. Förenkla uttrycket $\frac{a^2 - 2b}{4}$ så långt som möjligt om $a = 2x + 1$ och $b = 2x - 1,5$ (0/2/0)

14. Lös ekvationen $\frac{3}{10^x} = 10^x$ med algebraisk metod. Svara exakt. (0/2/0)

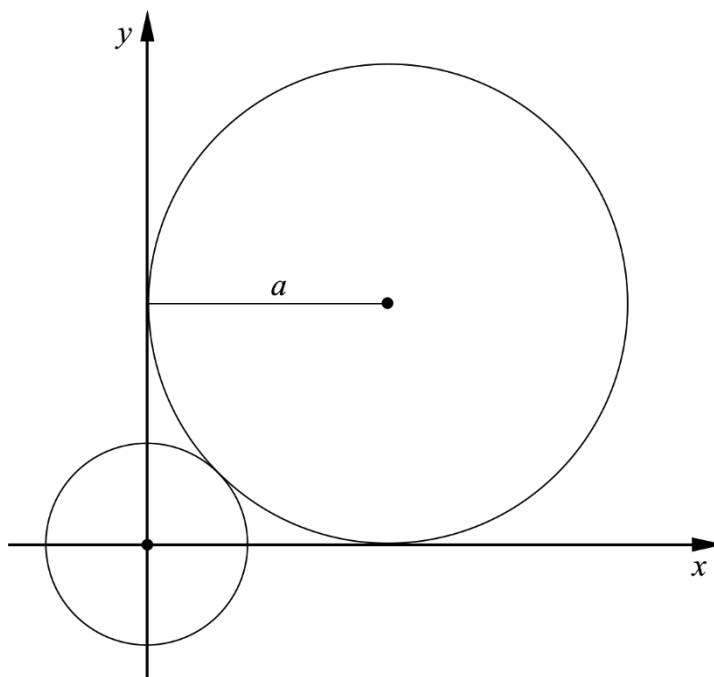
15. I en rätvinklig triangel ABC finns en grå kvadrat $AEDF$ inritad. Sträckan BE är 4 cm och sträckan CD är 2 cm. Se figur.



Visa att den grå kvadrats area är 8 cm^2 .

(0/2/0)

16. En cirkel med radien a tangerar de positiva koordinataxlarna. Den tangerar även en mindre cirkel som har mittpunkten i origo. Se figur.



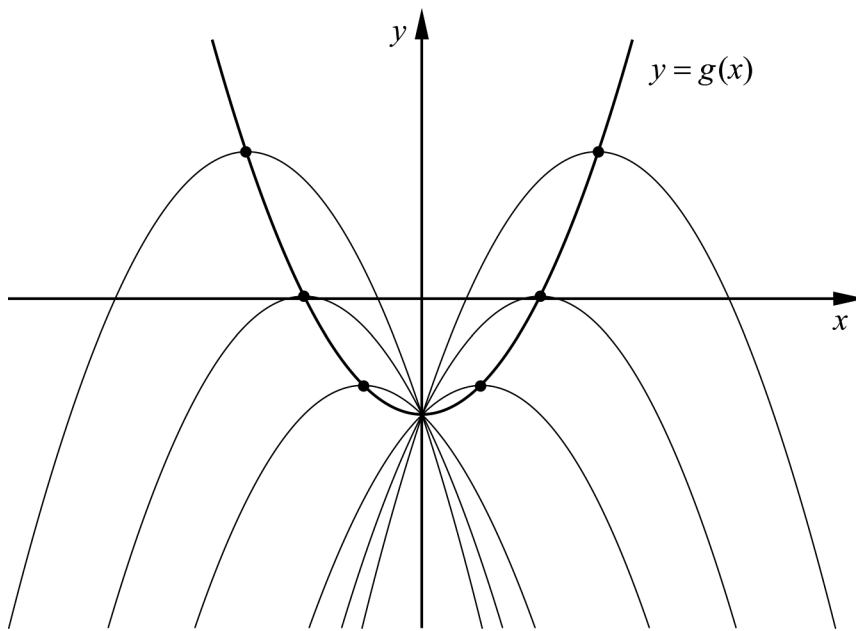
Visa att den mindre cirkels radie är $a(\sqrt{2} - 1)$ längdenheter.

(0/0/3)

17. För andragradsfunktionen f gäller att $f(x) = -0,5x^2 + bx - 2$

- a) Bestäm för vilka värden på b som f endast har ett nollställe. (0/2/0)

I figuren nedan ser du graferna till funktionen f för några olika värden på b . Grafernas maximipunkter är markerade. Då b varierar följer maximipunkterna grafen till en ny andragradsfunktion g , se figur.



- b) Bestäm andragradsfunktionen g . (0/0/3)

| | |
|-------------------|--|
| Delprov D | Uppgift 18-25. Fullständiga lösningar krävs. |
| Provtid | 120 minuter. |
| Hjälpmedel | Digitala verktyg, formelblad och linjal. |

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 57 poäng varav 20 E-, 19 C- och 18 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget

E: 13 poäng

D: 21 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå

C: 28 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå

B: 37 poäng varav 6 poäng på A-nivå

A: 44 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

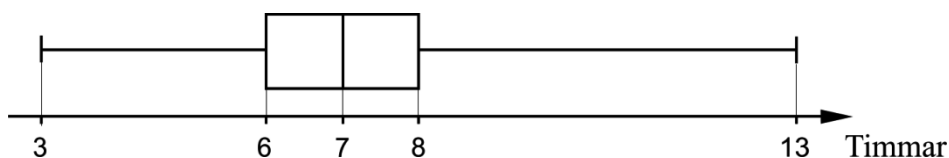
Gymnasieprogram/Komvux: _____

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

18. En linje går genom punkterna $(0, 0)$ och $(3; 6,45)$. En annan linje har ekvationen $y = 2,15x + 3$. Visa att linjerna är parallella. (2/0/0)

19. För funktionen f gäller att $f(x) = x^2 - 4x + C$ där C är en konstant. Punkten $(5, 7)$ ligger på funktionens graf. Bestäm koordinaterna för en annan punkt som också ligger på grafen. (2/0/0)

20. Lådagrammet visar resultatet från ett stickprov. Stickprovet anger antalet timmar en person sov per natt under en period av 15 nätter.

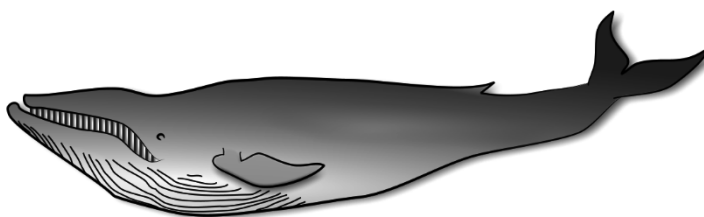


Värdena i stickprovet nedan är angivna i storleksordning. Två värden har ersatts med x respektive y .

$x, 5, 6, 6, 7, 7, 7, y, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 13$

Vilka värden har x och y ? Motivera ditt svar. (2/0/0)

21. Det största djur som någonsin funnits på jorden är blåvalen. Under de senaste hundra åren har antalet blåvalar minskat kraftigt på grund av jakt.



År 1900 fanns det ungefär 239 000 blåvalar i världshaven och hundra år senare var antalet ungefär 2 300. Anta att antalet blåvalar minskar exponentiellt med tiden.

Bestäm vilket år det för första gången kommer att vara färre än 200 blåvalar om minskningen fortsätter i samma takt. (0/3/0)

22. Beaufortskalan är en skala för vindhastighet skapad i början av 1800-talet av Sir Francis Beaufort. Varje steg på skalan anges med ett heltal, det så kallade Beauforttalet. I tabellen visas vindhastighet, vindens benämning samt vindens verkningar till sjöss för några Beauforttal.

| Beauforttal | Vindhastighet (m/s) | Vindens benämning till sjöss | Vindens verkningar till sjöss |
|-------------|---------------------|------------------------------|--|
| 0 | 0 – 0,2 | stiltje | spegelblank sjö |
| 1 | 0,3 – 1,5 | nästan stiltje | små fiskfjällsliknande krusningar bildas, men utan skum |
| 2 | 1,6 – 3,3 | lätt bris | korta men utpräglade småvågor som inte bryts |
| 3 | 3,4 – 5,4 | god bris | vågkammarna börjar brytas, glasartat skum |
| ... | | | |
| 12 | 32,7 – | orkan | stora föremål flyger i luften, fönster blåser in, båtar kastas upp på land |

Sambandet mellan vindhastighet v m/s och Beauforttalet B ges av formeln

$$v = 0,8365 \cdot B^{\frac{3}{2}}$$

Stormen Hilde drabbade stora delar av Sverige den 16 november 2013. Högsta vindhastigheten uppmättes då till 29 m/s.

- a) Vid beräkning av B avrundas värdet till heltal.
Beräkna Beauforttalet B för vindhastigheten 29 m/s. (2/0/0)

För extrema vindstyrkor finns det andra skalor. En sådan är TORRO-skalan som används för vindstyrkor upp mot 130 m/s. Sambandet mellan vindhastighet v m/s och talet T enligt TORRO-skalan ges av formeln

$$v = 0,8365 \cdot \sqrt{8} \cdot (T + 4)^{\frac{3}{2}} \text{ där } T \text{ är avrundat till ett heltal.}$$

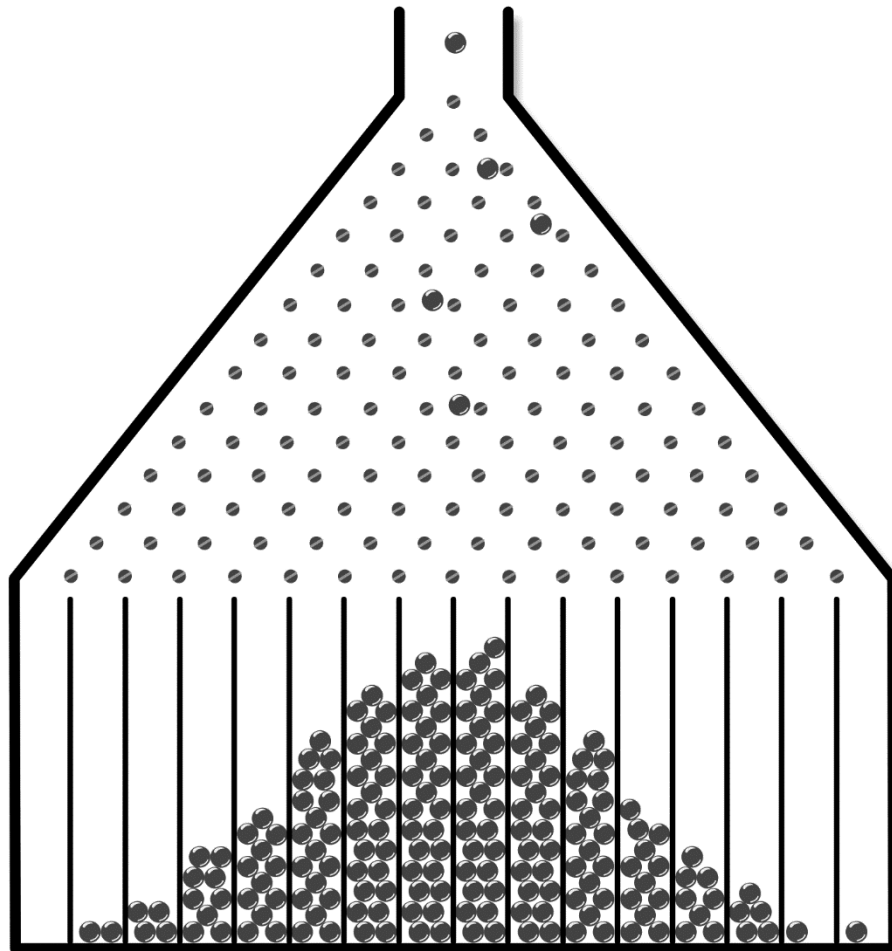
- b) Ange en formel för B uttryckt i T . Förenkla så långt som möjligt. (0/1/1)

23. För en funktion f där $f(x) = kx + m$ gäller att

- $f(x + 2) - f(x) = 3$
- $f(4) = 2m$

Bestäm funktionen f . (0/0/2)

24. En Galtonbräda är en anordning som används för att illustrera normalfördelning. Kulor släpps ner och ändrar riktning genom att passera ett antal spikar. Kulorna hamnar i olika fack och antalet kulor i facken blir ungefär normalfördelat kring mitten av brädan. Se figur.



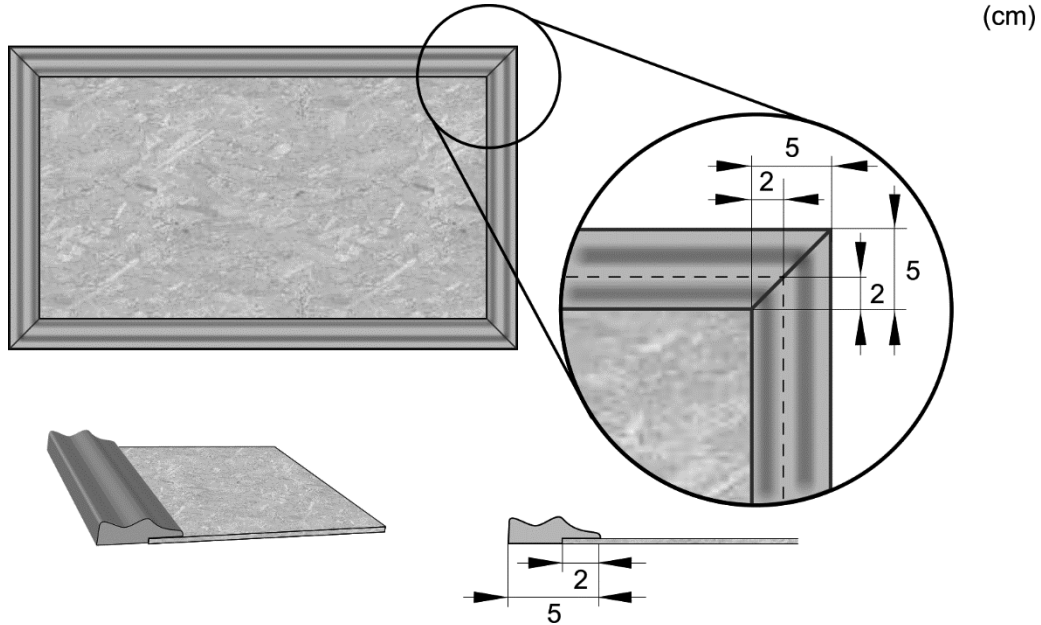
Fack nr 1 2 3 4 5 6 7 8

Vid ett experiment släpptes 1478 kulor ner i en Galtonbräda med 16 fack. I fack 6 hamnade 136 kulor, i fack 7 hamnade 223 kulor och i fack 8 hamnade 281 kulor.

Hur många kulor bör ha hamnat i fack 5?

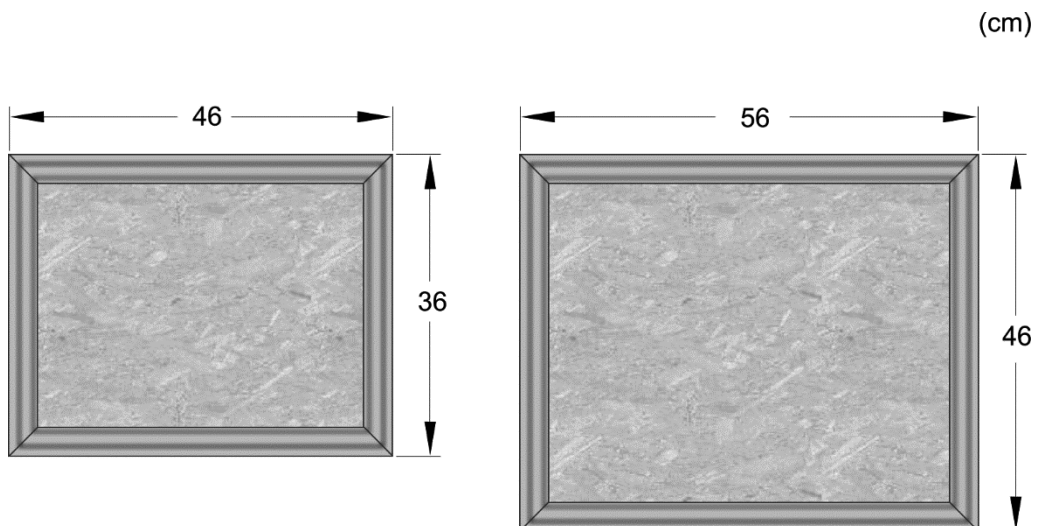
(0/0/2)

25. Ett företag tillverkar anslagstavlor av olika storlekar. Varje anslagstavla består av en rektangulär platta omgiven av en ram. Ramen består av fyra delar som sågas till av en 5 cm bred trälist. Delarnas ändrar är sågade med vinkeln 45° och trälistens utseende gör att delarna bara kan monteras på ett sätt. Ramen monteras så att den går 2 cm in över plattans framsida. Se figur.



Materialkostnaden för en anslagstavla beror på plattans area och trälistens längd. Priset för plattan anges i kr/m^2 och för trälistens i kr/m .

Materialkostnaden för en anslagstavla med bredden 36 cm och längden 46 cm är 59 kr. För en anslagstavla med bredden 46 cm och längden 56 cm är materialkostnaden 81 kr. Se figur.



Teckna ett generellt uttryck för den totala materialkostnaden för anslagstavlor som har bredden a m och längden b m.

(0/0/4)

Innehåll

| | |
|---|----|
| Allmänna riktlinjer för bedömning | 3 |
| Bedömningsanvisningar | 3 |
| Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga | 4 |
| Provsammanställning – Kunskapskrav | 5 |
| Provsammanställning – Centralt innehåll | 6 |
| Kravgränser | 7 |
| Resultatsammanställning | 7 |
| Bedömningsformulär | 8 |
| Bedömningsanvisningar | 9 |
| Delprov B | 9 |
| Delprov C | 10 |
| Delprov D | 12 |
| Bedömda elevlösningar | 15 |
| Uppgift 10 | 15 |
| Uppgift 15 | 15 |
| Uppgift 16 | 17 |
| Uppgift 17.a | 20 |
| Uppgift 17.b | 21 |
| Uppgift 18 | 22 |
| Uppgift 19 | 23 |
| Uppgift 21 | 24 |
| Uppgift 22.a | 25 |
| Uppgift 25 | 27 |
| Ur ämnesplanen för matematik | 31 |
| Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c | 32 |
| Centralt innehåll Matematik kurs 2b | 33 |

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som provas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvartyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvartyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvartypuppgifterna är skrivna enligt två olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. ... +1 E_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...) +1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2:

| E | C | A |
|--|--|--|
| Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ... 1 E_R | Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. ... 1 E_R och 1 C_R | Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. ... 1 E_R , 1 C_R och 1 A_R |

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för provbetyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande lista kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

| | |
|--------------|---|
| Symboler | t.ex. =, \neq , <, >, \leq , \geq , \approx , \pm , $\sqrt{\quad}$, $\sqrt[n]{\quad}$, $f(x)$, x , y , $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, (), %, {, VL, HL, symbol för vinkel, gradtecken |
| Termer | t.ex. x -led, y -led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, olikhet, reell lösning, komplex lösning, ekvationssystem, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragsgradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, likformighet, rätvinklig, liksidig, likbent, median, medelvärde, variationsbredd, standardavvikelse, normalfördelning, regression, korrelation, kausalitet |
| Hänvisningar | t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, satser om likformighet, randvinkelsatsen, Pythagoras sats |
| Övrigt | t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter |

Provsammanställning – Kunskapskrav

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2b i förhållande till nivå och förmågor. Poängen i denna tabell anges i samma ordning som i bedömningsanvisningen. Till exempel motsvarar 4_1 och 4_2 den första respektive andra poängen i uppgift 4.

| Delprov | Uppg. Poäng | Förmåga och nivå | | | | | | | | | | | |
|---------|-------------|------------------|---|----|----|---|---|----|----|---|---|----|----|
| | | E | | | | C | | | | A | | | |
| | | B | P | PM | RK | B | P | PM | RK | B | P | PM | RK |
| B | 1 | | 1 | | | | | | | | | | |
| | 2a | | 1 | | | | | | | | | | |
| | 2b | | 1 | | | | | | | | | | |
| | 3a | | 1 | | | | | | | | | | |
| | 3b | | | 1 | | | | | | | | | |
| | 4_1 | 1 | | | | | | | | | | | |
| | 4_2 | 1 | | | | | | | | | | | |
| | 5 | | | | | 1 | | | | | | | |
| | 6 | | | | | 1 | | | | | | | |
| | 7 | | | | | | | 1 | | | | | |
| | 8a_1 | | | | | 1 | | | | | | | |
| | 8a_2 | | | | | | | | 1 | | | | |
| | 8b | | | | | | | | | 1 | | | |
| | 9a | | | | | | | | | | 1 | | |
| 9b | | | | | | | | | | 1 | | | |
| C | 10_1 | | 1 | | | | | | | | | | |
| | 10_2 | | 1 | | | | | | | | | | |
| | 11_1 | | 1 | | | | | | | | | | |
| | 11_2 | | 1 | | | | | | | | | | |
| | 12_1 | | | 1 | | | | | | | | | |
| | 12_2 | | | | | | | 1 | | | | | |
| | 12_3 | | | | | | | 1 | | | | | |
| | 13_1 | | | | | | | 1 | | | | | |
| | 13_2 | | | | | | | 1 | | | | | |
| | 14_1 | | | | | | | 1 | | | | | |
| | 14_2 | | | | | | | 1 | | | | | |
| | 15_1 | | | | | | | | 1 | | | | |
| | 15_2 | | | | | | | | 1 | | | | |
| | 16_1 | | | | | | | | | | | 1 | |
| | 16_2 | | | | | | | | | | | 1 | |
| | 16_3 | | | | | | | | | | | 1 | |
| | 17a_1 | | | | | | | 1 | | | | | |
| | 17a_2 | | | | | | | | 1 | | | | |
| | 17b_1 | | | | | | | | | | 1 | | |
| 17b_2 | | | | | | | | | | 1 | | | |
| 17b_3 | | | | | | | | | | | 1 | | |

| Delprov | Uppg. Poäng | Förmåga och nivå | | | | | | | | | | | | |
|---------|--------------|------------------|-----------|----------|----------|----------|-----------|----------|----------|----------|-----------|----------|----------|----------|
| | | E | | | | C | | | | A | | | | |
| | | B | P | PM | RK | B | P | PM | RK | B | P | PM | RK | |
| D | 18_1 | | | | | | | | 1 | | | | | |
| | 18_2 | | | | | | | | 1 | | | | | |
| | 19_1 | | | | | | | | 1 | | | | | |
| | 19_2 | | | | | | | | 1 | | | | | |
| | 20_1 | 1 | | | | | | | | | | | | |
| | 20_2 | 1 | | | | | | | | | | | | |
| | 21_1 | | | | | | | | | | 1 | | | |
| | 21_2 | | | | | | | | | | 1 | | | |
| | 21_3 | | | | | | | | | | | 1 | | |
| | 22a_1 | | | | | | | | 1 | | | | | |
| | 22a_2 | | | | | | | | 1 | | | | | |
| | 22b_1 | | | | | | | | | | 1 | | | |
| | 22b_2 | | | | | | | | | | | | 1 | |
| | 23_1 | | | | | | | | | | | 1 | | |
| | 23_2 | | | | | | | | | | | | 1 | |
| | 24_1 | | | | | | | | | | | | 1 | |
| | 24_2 | | | | | | | | | | | | 1 | |
| | 25_1 | | | | | | | | | | | | 1 | |
| | 25_2 | | | | | | | | | | | | 1 | |
| | 25_3 | | | | | | | | | | | | 1 | |
| | 25_4 | | | | | | | | | | | | 1 | |
| | Total | | 4 | 8 | 6 | 2 | 3 | 5 | 6 | 5 | 2 | 2 | 9 | 5 |
| | Σ | 57 | 20 | | | | 19 | | | | 18 | | | |

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Provsammanställning – Centralt innehåll

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2b i förhållande till nivå och centralt innehåll. En lista över det centrala innehållet återfinns i slutet av detta häfte.

| Delprov | Uppg. | Nivå | | | Centralt innehåll Kurs Ma2b | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|-------|------|----|---|-----------------------------|----|----|----|----|----|-----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|--|
| | | E | C | A | T1 | T2 | T4 | T5 | T7 | T9 | T10 | T11 | G3 | F3 | F5 | S1 | S2 | S3 | S4 | P1 | P3 | P4 | | |
| B | 1 | 1 | 0 | 0 | | | X | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 2a | 1 | 0 | 0 | | | | | | X | | | | | | | | | | | | | | |
| | 2b | 1 | 0 | 0 | | X | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 3a | 1 | 0 | 0 | | | | X | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 3b | 1 | 0 | 0 | | | | | X | | X | | | | | | | | | | X | | | |
| | 4 | 2 | 0 | 0 | | X | | | | X | | | | | | | | | | | | | | |
| | 5 | 0 | 1 | 0 | | | | | | | | X | | | | | | | | | | | | |
| | 6 | 0 | 1 | 0 | | | | | | X | | | | | | | | | | | | | | |
| | 7 | 0 | 1 | 0 | | | | | X | | | | | | | | | | | | X | X | | |
| | 8a | 0 | 2 | 0 | | | | | | | | | | | X | X | | | | | | | | |
| | 8b | 0 | 0 | 1 | | | | | | | | | | | X | | | | | | | | | |
| 9a | 0 | 0 | 1 | | | X | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9b | 0 | 0 | 1 | | X | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| C | 10 | 2 | 0 | 0 | | | | X | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 11 | 2 | 0 | 0 | | | | X | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 12 | 1 | 2 | 0 | | | | | | | | | | | X | | | | | | X | | | |
| | 13 | 0 | 2 | 0 | | | X | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 14 | 0 | 2 | 0 | | | | X | X | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 15 | 0 | 2 | 0 | | | | | | | | X | | | | | | | | | | | | |
| | 16 | 0 | 0 | 3 | | | | X | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 17a | 0 | 2 | 0 | | | | | X | | | X | | | | | | | | | | | | |
| 17b | 0 | 0 | 3 | | | | | | | | | | | X | | | | | | X | | | | |
| D | 18 | 2 | 0 | 0 | | | | X | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 19 | 2 | 0 | 0 | | | | | X | | | | | | X | | | | | | X | | | |
| | 20 | 2 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | X | | X | | | | | | |
| | 21 | 0 | 3 | 0 | | | | | X | | | | | | | | | | | | X | | | |
| | 22a | 2 | 0 | 0 | | X | | | | | | | | | | | | | | | X | X | | |
| | 22b | 0 | 1 | 1 | | X | | | | | | | | | | | | | | | X | X | | |
| | 23 | 0 | 0 | 2 | | | | X | | | | | | | | | | | | | X | | | |
| | 24 | 0 | 0 | 2 | | | | | | | | | | | | | | X | | | X | | X | |
| | 25 | 0 | 0 | 4 | | | | | X | | X | | | | | | | | | | X | X | | |
| Total | 20 | 19 | 18 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Kravgränser

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 57 poäng varav 20 E-, 19 C- och 18 A-poäng.
Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget

E: 13 poäng

D: 21 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå

C: 28 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå

B: 37 poäng varav 6 poäng på A-nivå

A: 44 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Resultatsammanställning

Vid sammanställning av elevernas provresultat på poäng-, betygs- och förmågenivå kan med fördel bedömningsformuläret på nästa sida användas. Via TUV:s hemsida www.edusci.umu.se/np/np-2-4 finns även återrapporeringsfilen i vilken det är möjligt att skapa överskådliga elevprofiler i form av diagram. Inmatningen av elevresultat i återrapporeringsfilen underlättas om läraren har ifyllda bedömningsformulär tillgängliga.

För mer information om återrapporering av elevresultat, t.ex. lösenord till inloggningen, se Lärarinformationen.

Bedömningsformulär

Elev: _____ Klass: _____ Provbetyg: _____

| Delprov | Uppg. Poäng | Förmåga och nivå | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|-------------|------------------|---|----|----|---|---|----|----|---|---|----|----|--|--|--|--|--|--|--|
| | | E | | | | C | | | | A | | | | | | | | | | |
| | | B | P | PM | RK | B | P | PM | RK | B | P | PM | RK | | | | | | | |
| B | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 2a | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 2b | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 3a | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 3b | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 4_1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 4_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 6 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 8a_1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 8a_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 8b | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 9a | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 9b | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| C | 10_1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 10_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 11_1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 11_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 12_1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 12_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 12_3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 13_1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 13_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 14_1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 14_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 15_1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 15_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 16_1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 16_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 16_3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 17a_1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 17a_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 17b_1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 17b_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 17b_3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| Delprov | Uppg. Poäng | Förmåga och nivå | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------|-------------|------------------|---|----|----|---|---|----|----|---|---|----|----|--|--|--|--|--|--|--|
| | | E | | | | C | | | | A | | | | | | | | | | |
| | | B | P | PM | RK | B | P | PM | RK | B | P | PM | RK | | | | | | | |
| D | 18_1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 18_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 19_1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 19_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 20_1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 20_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 21_1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 21_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 21_3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 22a_1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 22a_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 22b_1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 22b_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 23_1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 23_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 24_1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 24_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 25_1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 25_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 25_3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 25_4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Total | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Σ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | |
|----------|--------------|-----------|----------|----------|----------|-----------|----------|----------|----------|-----------|----------|----------|----------|
| | Total | 4 | 8 | 6 | 2 | 3 | 5 | 6 | 5 | 2 | 2 | 9 | 5 |
| Σ | 57 | 20 | | | | 19 | | | | 18 | | | |

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Delprov B

- 1.** **Max 1/0/0**
- Korrekt svar ($x + 5$) +1 E_P
-
- 2.** **Max 2/0/0**
- a) Korrekt svar ($x = \frac{\lg 3}{\lg 5}$) +1 E_P
- b) Korrekt svar ($x = 2^3$) +1 E_P
-
- 3.** **Max 2/0/0**
- a) Korrekt svar ($y = x + 2$) +1 E_P
- b) Korrekt svar (t.ex. $y = 4$) +1 E_{PL}
-
- 4.** **Max 2/0/0**
- Anger minst tre korrekta alternativ
med korrekt svar +1 E_B
- C 99^0 E $\sqrt{5}$ B 2^{-1} F $10^{\frac{1}{2}}$ D $\lg 90$ +1 E_B
-
- 5.** **Max 0/1/0**
- Korrekt svar (Alternativ B: $x^2 + 6x - 5 = 0$ och E: $(x - 2)(x + 2) = 0$) +1 C_B
-
- 6.** **Max 0/1/0**
- Korrekt svar (0,1) +1 C_B

7. **Max 0/1/0**
 Korrekt svar (t.ex. $16514 = 44 \cdot a^{14}$) +1 C_M

8. **Max 0/2/1**
 a) Godtagbart angivet intervall, t.ex. ”då x är mellan -3 och 4 ” +1 C_B
 med korrekt använda olikhetstecken ($-3 < x < 4$) +1 C_K
 b) Korrekt svar ($x = -2$ och $x = 4$) +1 A_B

9. **Max 0/0/2**
 a) Korrekt svar ($\sqrt{3x}$) +1 A_P
 b) Korrekt svar ($x - x^{\frac{1}{3}}$) +1 A_P

Delprov C

10. **Max 2/0/0**
 Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 1$, $x_2 = 5$) +1 E_P



*Se avsnittet **Bedömda elevlösningar.***



11. **Max 2/0/0**
 Godtagbar ansats, bestämmer en variabel med algebraisk metod +1 E_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = -2$, $y = 1$) +1 E_P

12. **Max 1/2/0**
 Godtagbar ansats, t.ex. tecknar korrekt uttryck för rektanglarnas totala area, $2x(8 - x)$ +1 E_{PL}
 med godtagbar fortsättning, t.ex. visar insikt om att symmetrilinjen ger funktionens maximum +1 C_{PL}
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (32 cm^2) +1 C_{PL}

- 13.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, sätter in uttrycken för a och b och utvecklar a^2 ,

$$\frac{(4x^2 + 4x + 1) - 2(2x - 1,5)}{4}$$
 +1 C_P
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x^2 + 1$) +1 C_P
- 14.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, förenklar ekvationen till $3 = 10^{2x}$ +1 C_P
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = \frac{\lg 3}{2}$) +1 C_P
- 15.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp en relevant ekvation utifrån likformighet +1 C_R
- med fortsatt välgrundat resonemang som visar att arean är 8 cm^2 +1 C_R
- Se avsnittet Bedömda elevlösningar.* 
- 16.** **Max 0/0/3**
- Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer avståndet mellan origo och den stora cirkelns mittpunkt, $\sqrt{2}a$ +1 A_R
- med fortsatt välgrundat och nyanserat resonemang som visar att radien är $a(\sqrt{2} - 1)$ i.e. +1 A_R
- Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K
- Se avsnittet Bedömda elevlösningar.* 

17.

Max 0/2/3

- a) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $x = b \pm \sqrt{b^2 - 4}$ för beräkning av funktionens nollställe +1 C_P
 med fortsatt välgrundat resonemang med korrekt svar ($b = \pm 2$) +1 C_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



- b) Godtagbar ansats, t.ex. visar att maximipunkternas y -koordinat för olika värden på b är $-0,5b^2 + b^2 - 2$ +1 A_{PL}
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt tecknat funktionsuttryck för g ($g(x) = 0,5x^2 - 2$) +1 A_{PL}
 Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K

Kommentar: Lösning som baseras på specialfall är också godtagbar eftersom det i uppgiften är givet att g är en andragsgradsfunktion.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



Delprov D

18.

Max 2/0/0

- Godtagbar ansats, t.ex. inser att k -värdet för linjen genom origo ska bestämmas +1 E_R
 med fortsatt enkelt resonemang som visar att linjerna är parallella +1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.





19.

Max 2/0/0

- Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer konstanten C , $C = 2$ +1 E_{PL}
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. (0, 2)) +1 E_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



- 20.** **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, bestämmer ett värde korrekt +1 E_B
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 3$ och $y = 7$) +1 E_B
- 21.** **Max 0/3/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. tecknar en korrekt ekvation för bestämning av förändringsfaktorn, $2300 = 239000a^{100}$ +1 C_M
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (År 2053) +1 C_M
 Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 C_K
- Se avsnittet Bedömda elevlösningar.* 
- 22.** **Max 2/1/1**
- a) Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp en korrekt ekvation för bestämning av B ,
 $29 = 0,8365 \cdot B^{\frac{3}{2}}$ +1 E_M
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (11) +1 E_M
- Se avsnittet Bedömda elevlösningar.* 
- b) Godtagbar ansats, ställer upp likheten $0,8365 \cdot \sqrt[3]{8} \cdot (T + 4)^{\frac{3}{2}} = 0,8365 \cdot B^{\frac{3}{2}}$ +1 C_{PL}
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($B = 2T + 8$) +1 A_{PL}
- 23.** **Max 0/0/2**
- Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer funktionens riktningskoefficient, 1,5 +1 A_B
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($f(x) = 1,5x + 6$) +1 A_{PL}
- 24.** **Max 0/0/2**
- Godtagbar ansats, inser att en standardavvikelse motsvarar två fack, d.v.s. att fack 7 och 8 tillsammans innehåller 34,1 % av totala antalet kulor +1 A_{PL}
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (65 stycken) +1 A_{PL}

25.

Max 0/0/4

- Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt ekvationssystem +1 A_M
- med godtagbar fortsättning där t.ex. priset av plattan och trälisten beräknas,
150 kr/m² för plattan och 25 kr/m för trälisten +1 A_M
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar
(150ab + 41a + 41b + 0,54) +1 A_M
- Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



Bedömda elevlösningar

Uppgift 10.

Elevlösning 10.1 (0 poäng)

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$x = -3 \pm \sqrt{9-5}$$

$$x = -3 \pm 2$$

$$\text{Svar: } \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -5 \end{cases}$$

Kommentar: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andrags-ekvationer och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

Uppgift 15.

Elevlösning 15.1 (1 CR)

Svar:

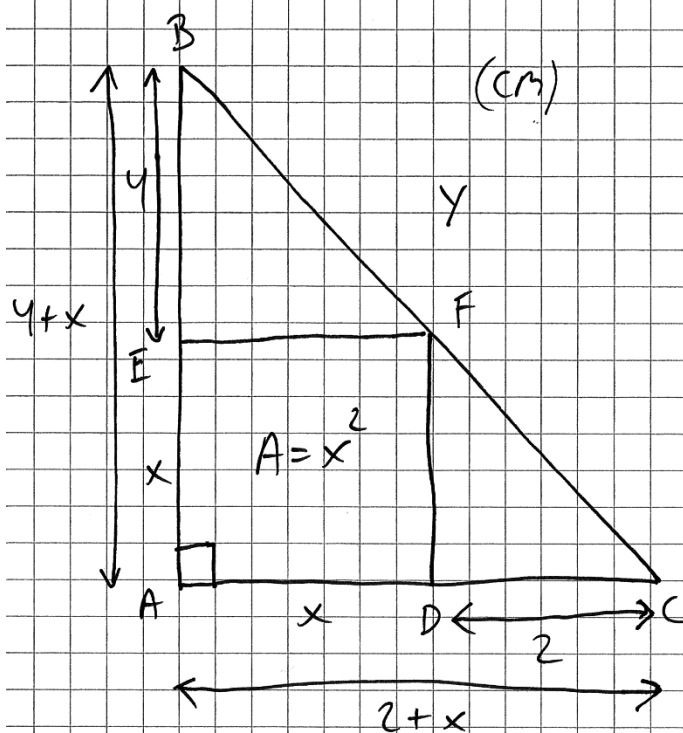
$$2 \cdot x \cdot \frac{4}{x} = \frac{x}{2} \cdot x \cdot 2$$

$$8 = x^2$$

$$\sqrt{8} = x$$

$$\text{Kvadratens area} = \sqrt{8}_{\text{cm}} \cdot \sqrt{8}_{\text{cm}} = 8 \text{ cm}^2$$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt uppställd ekvation utifrån likformighet vilket motsvarar en godtagbar ansats. Resonemanget i övrigt anses inte välgrundat då en definition av variabeln x och förklarande text saknas. Elevlösningen ges en resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösning 15.2 (2 C_R)

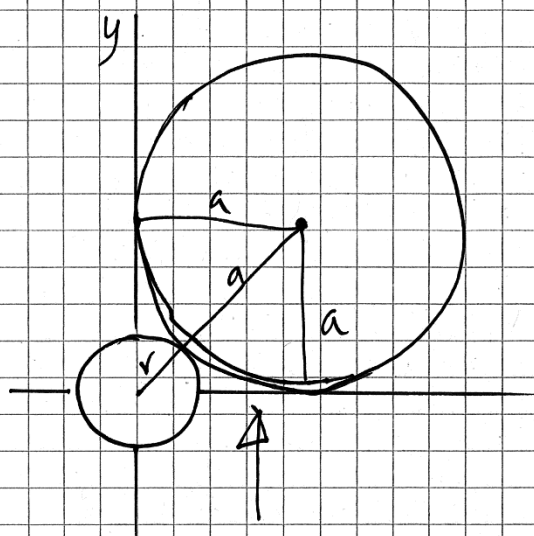
Svar: De två små
trianglarna är likformiga
därför använder jag
likformighet.

$$\frac{4}{x} = \frac{x}{2}$$

$$8 = x^2 \quad \text{stämmer!}$$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt uppställd ekvation utifrån likformighet. Variabeln x definieras genom figuren och figuren visar även att kvadratens area är $A = x^2$. Slutfrasen ” $8 = x^2$ stämmer” anses tillsammans med figuren motsvara kraven för ett välgrundat resonemang. Elevlösningen ges båda resonemangspoängen på C-nivå.

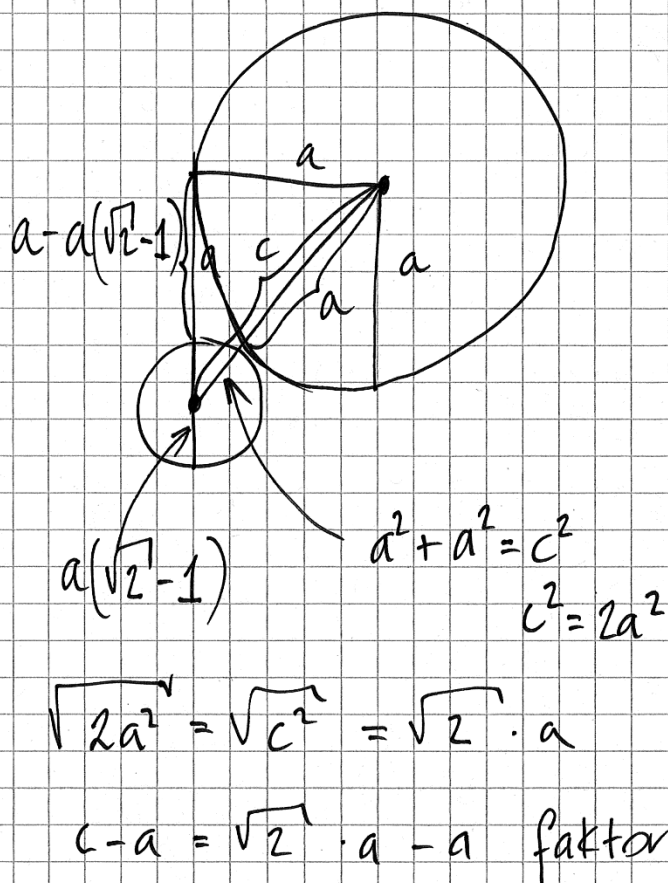
Uppgift 16.

Elevlösning 16.1 (1 A_R)

har blivit en rätvinklig triangel
 med hypotenusan $r+a$. Sen Pythagoras-
 $(r+a)^2 = a^2 + a^2$ sats
 $r+a = \sqrt{a^2 + a^2}$
 $r = \sqrt{2a^2} - a$
 $r = a(\sqrt{2} - 1)$

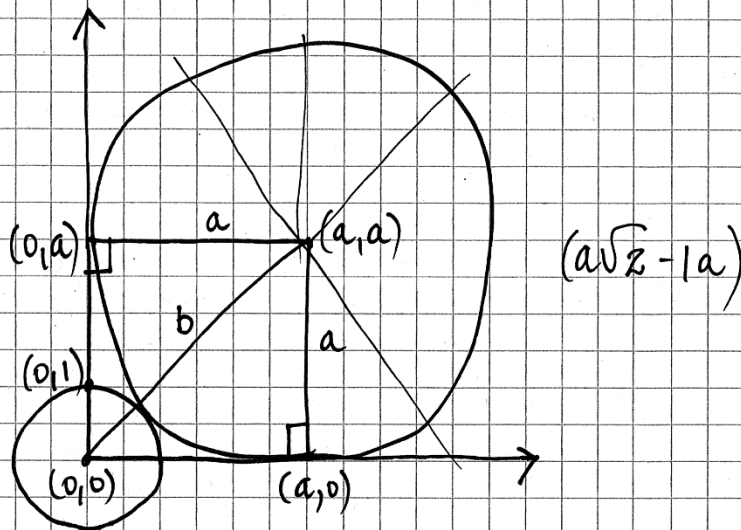
Kommentar: I elevlösningen är påståendet "har blivit en rätvinklig triangel..." otydligt. I övrigt är lösningen godtagbar till och med näst sista raden. Faktoriseringen på sista raden är felaktig och därmed uppfylls inte kraven för den andra resonemangspoängen på A-nivå.

Elevlösning 16.2 (2 AR)



Kommentar: Elevlösningen visar ett resonemang som anses vara nätt och jämnt godtagbart trots att faktorisering på sista raden saknas. Gällande kommunikation är lösningen ostrukturerad och inte lätt att följa och förstå. Till exempel framgår det inte tydligt att det är den mindre cirkelns radie som ges av $c - a$. Ingen explicit slutsats finns uttryckt i lösningen. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på A-nivå inte anses uppfyllda. Elevlösningen ges två resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösning 16.3 (2 A_R och 1 A_K)



arean för fyrkanten inuti den stora cirkeln:

$$a^2$$

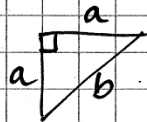
För att komma åt b använder jag Pythagoras. kvadraten har 90° vinklar (4st)

$$(a^2 + b^2 = c^2)$$

$$a^2 + a^2 = b^2$$

$$2a^2 = b^2$$

$$b^2 = 2a^2$$



Stora cirkelns radie är a vilket betyder att lilla cirkelns radie är b - a

$$\sqrt{b^2} = \sqrt{2a^2}$$

$$b = \sqrt{2} a$$

$$(\sqrt{2} \cdot a - a) = a(\sqrt{2} - 1) \text{ le}$$

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation finns förklarande figur och definierade beteckningar. Lösningen är lätt att följa och förstå. Elevlösningen ges samtliga poäng som är möjliga att få.

Uppgift 17.a

Elevlösning 17.a.1 (1 C_P och 1 C_R)

$$-0,5x^2 + bx - 2 = 0$$

$$x^2 - 2bx + 4$$

$$x = b \pm \sqrt{b^2 - 4}$$

$$\text{Om } b^2 - 4 = 0$$

en lösning

$$b = \pm 2$$

$$\text{Svar: } b = \pm 2$$

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Resonemanget som inleds med "Om $b^2 - 4 = 0$ en lösning" och leder till korrekt svar anses nätt och jämnt vara tillräckligt för resonemangspoäng på C-nivå.

Uppgift 17.b

Elevlösning 17.b.1 (2 A_{PL})

$$f(x) = -0,5x^2 + bx - 2$$

$$x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4}}{2}$$

maximipunkten är där $x = b$

definition: $g(x) = ax^2 + 2x + c$

$$g(x) = f(x) \text{ då } b = x$$

\swarrow b i f(x)

$$g(x) = -0,5x^2 + x^2 - 2$$

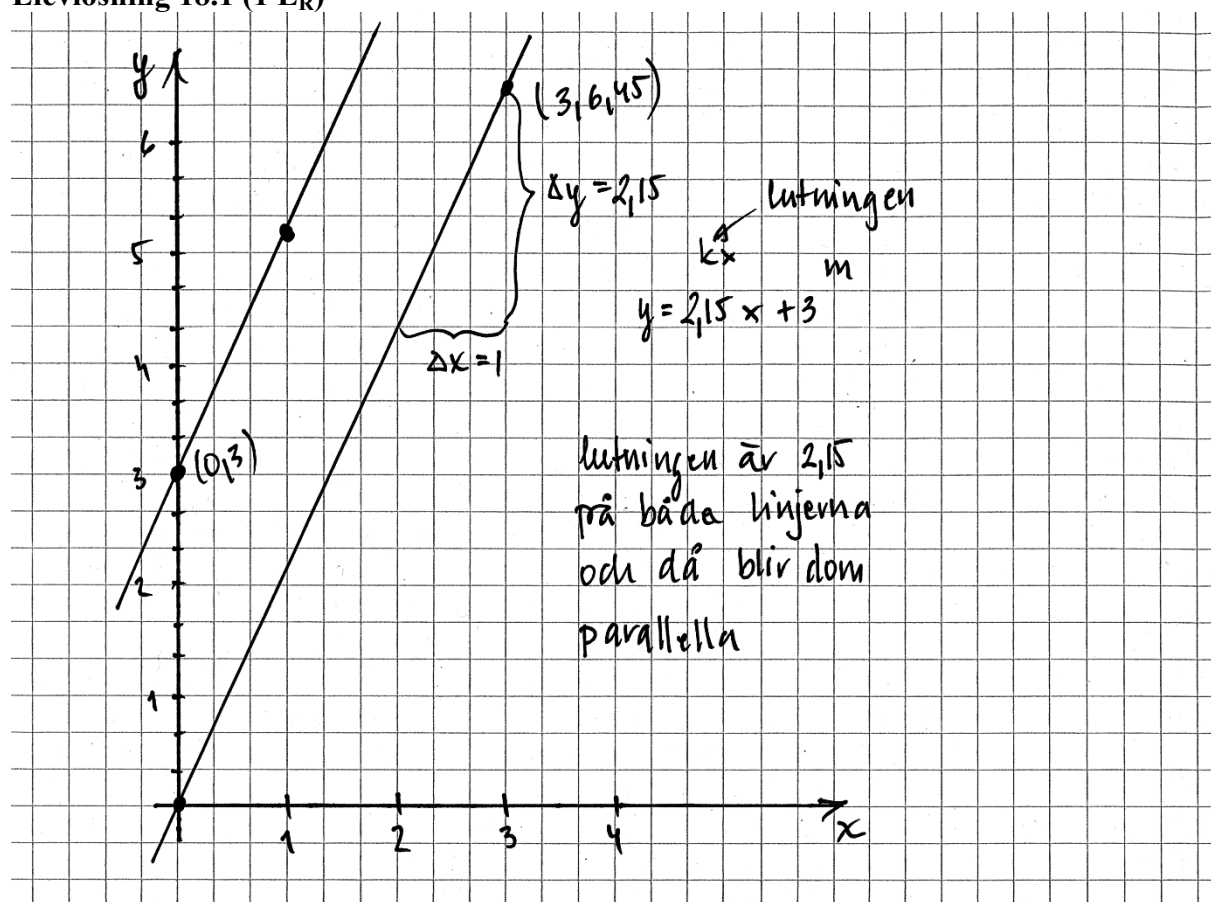
$$g(x) = 0,5x^2 - 2 \quad \swarrow b = x \rightarrow x \cdot x$$

Svar: $g(x) = 0,5x^2 - 2$

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. På rad fyra definieras $g(x)$ felaktigt, men används inte. Gällande kommunikation anses lösningen inte vara lätt att följa och förstå då förklarande text samt vissa steg i beräkningarna saknas. Till exempel förklaras inte varför "maximipunkten är där $x = b$ ". Sammantaget ges lösningen två problemlösningspoäng på A-nivå.

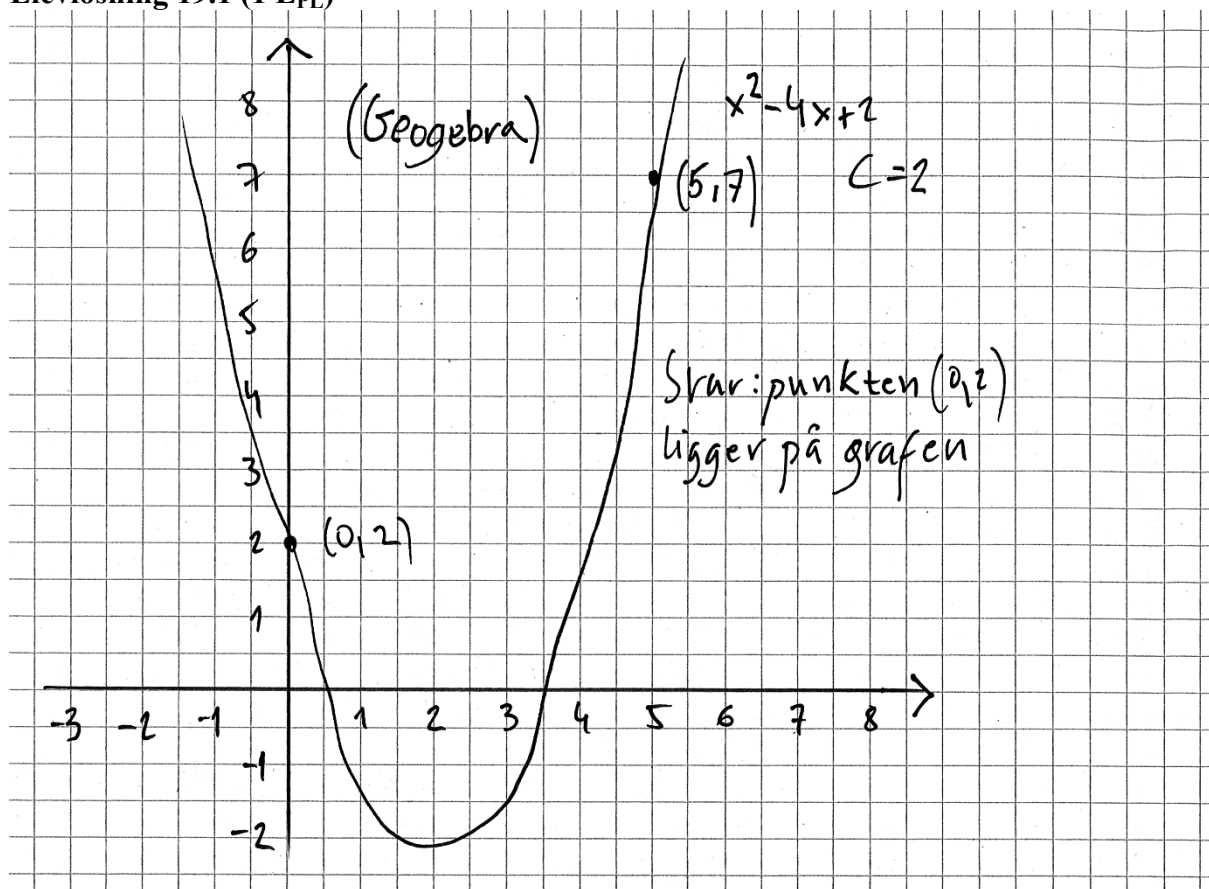
Uppgift 18.

Elevlösning 18.1 (1 ER)



Kommentar: I elevlösningen visas insikt om att k -värdet för linjen genom origo ska bestämmas. En grafisk lösningsmetod är inte tillräckligt noggrann för att kunna avgöra om linjerna är parallella. Lösningen ges ansatspoängen på E-nivå.

Uppgift 19.

Elevlösning 19.1 (1 E_{PL})

Kommentar: Uppgiften är löst med digitalt hjälpmedel. Det redovisas dock inte hur det digitala hjälpmedlet har använts varken för bestämning av konstanten $C = 2$ eller för bestämning av punkten $(0, 2)$. Sammantaget anses lösningen motsvara en godtagbar ansats och ges den första problemlösningspoängen på E-nivå.

Uppgift 21.

Elevlösning 21.1 (2 C_M och 1 C_K)

$$2300 = 239000 \cdot x^{100}$$

$$0,00962343 = x^{100}$$

$$0,00962343^{0,01} = x$$

$$x = 0,954626088$$

$$x \approx 0,955$$

$$200 = 2300 \cdot 0,955^x$$

$$0,087 \approx 0,955^x$$

$$x \log 0,955 \approx \log 0,087$$

$$x \approx \frac{\log 0,087}{\log 0,955}$$

$$x \approx 53$$

$$1900 + 100 + 53 = 2053$$

Kommentar: Uppgiften är löst i sin helhet. Gällande kommunikation så finns det vissa brister. Till exempel är variabeln x inte definierad och används dels som förändringsfaktor och dels som tidsvariabel. Trots dessa brister har lösningen en godtagbar struktur och är möjlig att följa och förstå. Sammantaget ges båda modelleringspoängen på C-nivå samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 22.a

Elevlösning 22.a.1 (1 E_M)

Eftersom Beauforttalet 12 är för
32,7 måste det vara mindre

$$0,8365 \cdot 11^{3/2} \approx 30$$

Därför är Beauforttalet till
29 m/s (11)

Kommentar: Elevlösningen visar en prövning där det inte redovisas varför Beauforttalet 10 utesluts. Detta anses nätt och jämnt motsvara en godtagbar ansats och lösningen ges en modelleringspoäng på E-nivå.

Elevlösning 22.a.2 (2 E_M)

$$0,8356 \cdot 11^{3/2} = 30 \text{ m/s}$$

$$0,8356 \cdot 10^{3/2} = 26 \text{ m/s}$$

Svar: Beauforttalet är ca 11.

(Jag visste att talet inte kunde vara
mer än 12, men inte så mycket mindre
än 12 eftersom $0,8356 \cdot 12^{3/2} = 34,7$).

Kommentar: Elevlösningen visar en prövning genom att beräkna vindhastigheten för två värden på B. Frasen "talet inte kunde vara mer än 12, men inte så mycket mindre" anses nätt och jämnt motsvara ett enkelt omdöme om resultatets rimlighet trots att motivering saknas till varför Beauforttalet är 11 och inte 10. Lösningen ges två modelleringspoäng på E-nivå.

Elevlösning 22.a.3 (2 E_M)

$$29 = 0,8365 \cdot B^{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{29}{0,8365} = 34,67$$

$$34,67 = B^{\frac{3}{2}}$$

$$29 = 0,8365 \cdot B^{\frac{3}{2}}$$

skrev in ekvationen på
räknavaren.

Fick då svaret $x = 10,63$

Svar: Beauforttalet är 11

Kommentar: I elevlösningen har ekvationen lösts med digitalt hjälpmedel. Trots att det inte redovisas hur det digitala hjälpmedlet har använts anses elevlösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för en godtagbar lösning och ges båda modelleringspoängen på E-nivå.

Uppgift 25.

Elevlösning 25.1 (1 A_M och 1 A_K)

$$36 \times 46 = 59 \text{ kr}$$

$$46 \times 56 = 81 \text{ kr} \quad (-3 \text{ cm på varje sida pga. ramen})$$

$$36 \times 46 \rightarrow \text{plattan} = 30 \cdot 40 \text{ cm} \rightarrow 0,12 \text{ m}^2$$

$$\text{ramen} = (31 \cdot 2) + (41 \cdot 2) = 144 \text{ cm (längd)} = 1,44 \text{ m}$$

$$\text{pris i kr för plattan } x/\text{m}^2$$

$$\text{pris i kr för ramen } y/\text{m}$$

$$0,12x + 1,44y = 59$$

$$46 \times 56 = 81 \text{ kr} \quad (-3 \text{ cm på varje sida pga. ramen})$$

$$46 \times 56 \rightarrow \text{plattan} \rightarrow 40 \times 50 \text{ cm} \rightarrow 0,2 \text{ m}^2$$

$$\text{ramen} = (41 \cdot 2) + (51 \cdot 2) = 184 \text{ cm (längd)} = 1,84 \text{ m}$$

$$\textcircled{1} \quad \begin{cases} 0,2x + 1,84y = 81 \\ 0,12x + 1,44y = 59 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{cases} 0,2x + 1,84y = 81 \\ 0,12x + 1,44y = 59 \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad 0,2x + 1,84y = 81 \quad \cdot 5$$

$$\Rightarrow x = 405 - 9,2y$$

ins i $\textcircled{2}$

$$(405 - 9,2y) \cdot 0,12 + 1,44y = 59$$

$$48,6 - 1,104y + 1,44y = 59$$

$$0,336y = 10,4$$

$$y = 30,9523\dots$$

ins i $\textcircled{1}$

$$0,2x + 1,84(30,9523...) = 81$$

$$0,2x = 24,0476$$

$$x = 120,2380...$$

$$\text{plattan} = 120 \text{ kr/m}^2$$

$$\text{ramen} = 31 \text{ kr/m}$$

avla med bredden a m och längden b m

$$\text{plattan} = ((a - 0,06) \cdot (b - 0,06)) \cdot 120 \text{ kr}$$

$$\text{ramen} = ((2a - 0,1) \cdot (2b - 0,1)) \cdot 31 \text{ kr}$$

totalt pris =

$$((a - 0,06) \cdot (b - 0,06)) \cdot 120 + ((2a - 0,1) \cdot (2b - 0,1)) \cdot 31 \text{ kr} =$$

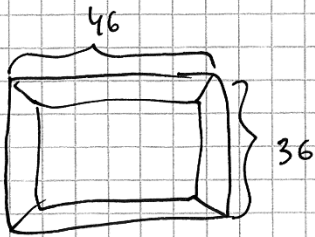
$$= (ab - 0,06a - 0,06b + 0,0036) \cdot 120 +$$

$$+ (4ab - 0,2a - 0,2b + 0,01) \cdot 31 =$$

$$= 120ab - 7,2a - 7,2b + 0,432 + 124ab - 6,2a$$

$$- 6,2b + 0,31 = \underline{\underline{244ab - 13,4a - 13,4b + 0,742 \text{ kr}}}$$

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När ekvationssystemet ställs upp görs fel i ramlängden och motsvarande fel görs då det generella uttrycket ställs upp. Den felaktiga bestämningen av ramlängden gör att varken priserna eller det generella uttrycket blir korrekt beräknade. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå och matematiska symboler är korrekt använda. Felen som görs i början påverkar inte uppgiftens svårighetsgrad och kraven för kommunikationspoäng på A-nivå anses därmed vara uppfyllda. Sammantaget ges elevlösningen en modellerspoäng på A-nivå och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 25.2 (3 A_M och 1 A_K)

längd av list = 164 cm

plattans sidor

utan ram: 40×30

Area = 1200 cm^2

$$1200 \text{ cm}^2 = 0,12 \text{ m}^2$$

$$164 \text{ cm} = 1,64 \text{ m}$$

x = pris/ m^2 för plattan

x = pris/m för listan

$$0,12 y + 1,64 x = 59 \text{ kr}$$

genom att använda samma

på den stora kuben för jäg

fram: längd på list: $2,04 \text{ m}$

area på platta: $0,2 \text{ m}^2$

$$0,2 y + 2,04 x = 81 \text{ kr}$$

$$\begin{cases} 0,12 y + 1,64 x = 59 \\ 0,2 y + 2,04 x = 81 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,12 y + 1,64 x = 59 \\ 0,2 y + 2,04 x = 81 \end{cases}$$

$$0,12 y \cdot -0,6 = -0,12 y$$

$$\begin{cases} 0,12 y + 1,64 x = 59 \\ -0,12 y - 1,224 x = -48,6 \end{cases}$$

Additions formeln

$$0,12 y - 0,12 y + 1,64 x - 1,224 x = 59 - 48,6$$

$$0,416 x = 10,4$$

$x = 25 \text{ kr/m}$ för list

$$0,12y + 1,64 \cdot 25 = 59$$

$$y = 150 \text{ kr/m}^2 \text{ för platta}$$

$$25 \cdot 2(a+b) + (a-0,06)(b-0,06) \cdot 150 =$$

$\frac{\text{pris}}{\text{längd}}$
(u)
 $\frac{\text{pris}}{\text{area}}$
(platta)

$$50a + 50b + (ab - 0,06a - 0,06b + 0,0036)150$$

$$50a + 50b + 150ab - 9a - 9b + 0,54$$

$$41a + 41b + 150ab + 0,54 = \text{pris}$$

där a är bredden i m och

b är längden i m

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå eftersom såväl enheter som variabler sätts ut och används korrekt. Elevlösningen ges samtliga möjliga poäng.

Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklades såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklades användes matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnena.

Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.

Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c

Betyget E

Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen i **bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

Betyget D Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.

Betyget C

Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

Betyget B Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda.

Betyget A

Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja, tillämpa och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, skrift och i handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

Centralt innehåll Matematik kurs 2b

Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:

Taluppfattning, aritmetik och algebra

- T1** Metoder för beräkningar vid budgetering.
- T2** Metoder för beräkningar med potenser med rationella exponenter.
- T4** Hantering av kvadrerings- och konjugatregeln i samband med ekvationslösning.
- T5** Råta linjens ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.
- T7** Algebraiska och grafiska metoder för att lösa exponential- och andragradsekvationer samt linjära ekvationssystem.
- T9** Begreppet logaritm i samband med lösning av exponentialekvationer.
- T10** Begreppet linjärt ekvationssystem.
- T11** Utvidgning av talområdet genom introduktion av begreppet komplext tal i samband med lösning av andragradsekvationer.

Geometri

- G3** Användning av grundläggande klassiska satser i geometri om likformighet, kongruens och vinklar.

Samband och förändring

- F3** Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, med och utan digitala verktyg.
- F5** Egenskaper hos andragradsfunktioner.

Sannolikhet och statistik

- S1** Statistiska metoder för rapportering av observationer och mätdata från undersökningar, inklusive regressionsanalys.
- S2** Orientering och resonemang kring korrelation och kausalitet.
- S3** Metoder för beräkning av olika lägesmått och spridningsmått inklusive standardavvikelse.
- S4** Egenskaper hos normalfördelat material.

Problemlösning

- P1** Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
- P3** Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
- P4** Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.