Blandade uppgifter:

1. 6 sorters korv 5 sorters läsk
   $6 \cdot 5 = 30$ olika varianter.

2. $7! = 5040$ olika sätt

3. a) Sant B är en delmängd av A
   b) Falskt 3 tillhör inte B
   c) Sant Tomma mängden är en delmängd till B

4. $19 \cdot 24 \cdot 12 = 5472$ sätt

5. a) $A = \{2n+1;\ n \in \mathbb{N}\}$
   $A = \{\forall$ udda positiva heltal$\}$
   b) $B = \{n;\ 5|n\}$
   $B = \{$Alla tal som är delbara med 5$\}$

6. a) $|A| = 4$
   b) $B \cup C = \{c, d, e, r, s, t, u\}$
   c) $A \cap B = \{c, d\}$
   d) $A \cap C = \emptyset$

7. $C \subseteq A \quad D \subseteq B$

8. a) $P(8,3) = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8!}{5!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$

   b) $C(7,6) = \frac{7!}{6!\,1!} = 7$

   c) $\binom{100}{98} = \frac{100!}{98!\,2!} = \frac{100 \cdot 99}{2} = 50 \cdot 99 = 4950$

9. a) $\deg(A) = \deg(B) = \deg(E) = 2$
$\deg(C) = \deg(D) = 4$

10. A B C D E F , tre bokstäver

a) $P(6,3) = 120$ sätt
b) $6^3 = 216$ sätt

11. a) $A \setminus B = \{1, 6, 7, 8, 9\}$
b) $B \setminus A = \emptyset$
c) $A \setminus (B \cup C) = \{1\}$

12. 16 lag ∀ möter ∀ 2 ggr
$\binom{16}{2} \cdot 2 = \frac{16!}{2! \cdot 14!} \cdot 2 = 16 \cdot 15 = \underline{\underline{240 \text{ matcher}}}$

13. 24 spelare , ta ut 16 , ingen ordning
$\binom{24}{16} = 735471$ sätt

14. Eulers polyederformel ger:
$30 + H - 42 = 2$
$H = 14$ hörn

15. a) $30! \approx 2,65 \cdot 10^{32}$ sätt
b) $\frac{30!}{60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365} \approx 8,41 \cdot 10^{24}$ år
c) $\frac{8,41 \cdot 10^{24}}{14 \cdot 10^{9}} \approx 6 \cdot 10^{14}$ universum

16. 13 tröjor 3 färger

Nej, den säger att åtminstone 5 tröjor får samma färg.

𝍸 |||| ||||

20. $(x+y)^7 = \sum_{k=0}^{7} \binom{7}{k} x^{7-k} \cdot y^k =$

$= x^7 + 7x^6y + 21x^5y^2 + 35x^4y^3 + 35x^3y^4 +$
$+ 21x^2y^5 + 7xy^6 + y^7$

21. $\left.\begin{array}{l} \text{12 femhörningar} \\ \text{20 sexhörningar} \end{array}\right\}$ 60 hörn

$Y = 12 + 20 = 32 \quad H = 60$

Eulers polyederformel ger:
$Y + H - K = 2$
$32 + 60 - K = 2$
$K = \underline{90 \text{ kanter}}$

22. FOTBOLL 7 bokstäver
a) 7 bokstäver ger $7! = 5040$ permutationer
<u>men</u> det är ingen skillnad på de två O:na & L:en

dvs $\dfrac{5040}{2 \cdot 2} = \underline{1260}$ olika varianter

2 O → 2 · 2 ← 2 L

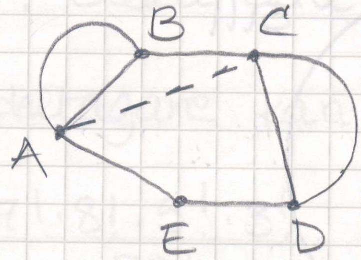
b) FOTB&L 4 bokstäver

$P(5,4) = 120$ permutationer

23. $\binom{20}{8} = \frac{20!}{8!\,12!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18!}{8! \cdot 12!}$

Största primtalet : 19

24.a)



Nej, den har mer än två hörn med udda grad.

b) Tex : B-A-B-C-D-C-A-E-D

28. 142 tal, möjliga slutsiffror 0-9 dvs 10 olika

Slutsiffrorna är "lådor", talen placeras ut

$14 \cdot 10 = 140$, två tal över

∴ Minst 15 tal har samma slutsiffra.

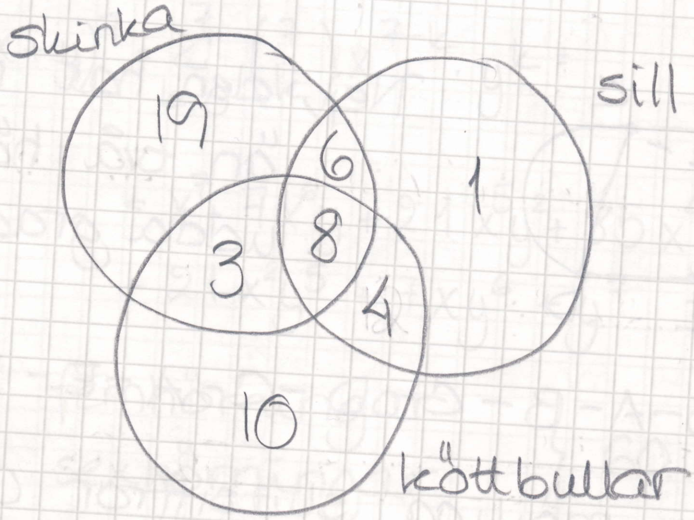
30. 84 pers. 36 skinka

19 sill

25 köttbullar

12 sill + köttb. 11 skinka + köttb.

8 äter ∀ matr. 14 skinka + sill



a) 1 person

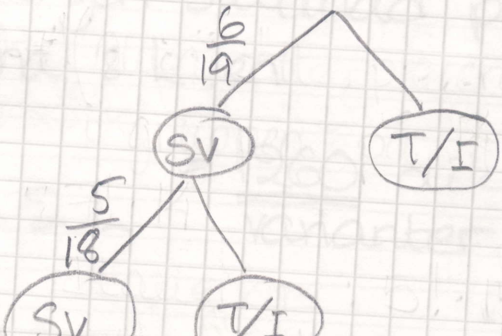
b) 10 pers.

c) $84-19-1-10-6-4-3-8=33$ pers.

32. 6 svenskar + Ditte
8 tyskar
5 italienare
} Grupper om 3

a) P(Ditte + två svenskar) =

$= \frac{6}{19} \cdot \frac{5}{18} \approx 0{,}088$



32b) $S_1 S_2 S_3 S_4 S_5 S_6 S_7 T_1 T_2 T_3 T_4 T_5 T_6 T_7 T_8 I_1 I_2 I_3 I_4 I_5$

Inom svenskgruppen: $7!$ olika sätt
– " – tyskgruppen: $8!$ olika sätt
– " – italienskgruppen: $5!$ olika sätt

Nationalitetsgrupperna kan placeras på $3!$ olika sätt.

Alla deltagare kan placeras på $20!$ olika sätt.

$$\frac{7! \cdot 8! \cdot 5! \cdot 3!}{20!} = 6 \cdot 10^{-8}$$

$$\left(\frac{7! \cdot 8! \cdot 5! \cdot 3!}{20!} = \frac{1}{19 \cdot 17 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 3} \approx \frac{1}{1{,}7 \cdot 10^{7}}\right)$$

Svar: $P(\forall$ nationaliteter tills.$) \approx \underline{6 \cdot 10^{-8}}$

33. Koefficienten för x^5y^6-termen för $(2x-3y^2)^8 = ?$

Enl. binomialsatsen är $n=8$ & $k=3$ för x^5y^6-termen (tänk på att $(y^2)^3 = y^6$)

Biomialkoeff.: $\binom{8}{3} = \frac{8!}{3!5!} = 56$

Koeff. som ges av själva termerna i uttrycket: $2^5(-3)^3 = -864$

$\therefore$ Koefficienten för x^5y^6 är
$56 \cdot (-864) = \underline{\underline{-48384}}$

34. 13 matcher

3 resultat/match

a) Antal möjliga tipsrader: 3^{13}

$P(\text{alla rätt}) = \frac{1}{3^{13}} \approx 6{,}3 \cdot 10^{-7}$

alt: $P(1 \text{ match rätt}) = \frac{1}{3}$

$P(\forall \text{ rätt}) = \left(\frac{1}{3}\right)^{13}$

b) Alla rätt: $\binom{13}{13} = 1$ möjlig rad

12 rätt: $\binom{13}{12} = 13$ möjliga rader

11 rätt: $\binom{13}{11} = 78$ möjliga rader

10 rätt: $\binom{13}{10} = 286$ möjliga rader

$P(\text{rättippad match}) = \frac{1}{3}$, $P(\text{feltippad m.}) = \frac{2}{3}$

$\therefore \binom{13}{13}\left(\frac{1}{3}\right)^{13} + \binom{13}{12}\left(\frac{1}{3}\right)^{12}\left(\frac{2}{3}\right) + \binom{13}{11}\left(\frac{1}{3}\right)^{11}\left(\frac{2}{3}\right)^{2} + \binom{13}{10}\left(\frac{1}{3}\right)^{10}\left(\frac{2}{3}\right)^{3} =$

$\approx \underline{\underline{0{,}0016}}$

alt: totalt: 3^{13} möjliga rader

10-13 rätt: antal varianter för 1 fel, för 2 fel, för 3 fel

$\binom{13}{0} + \binom{13}{1} \cdot 2 + \binom{13}{2} \cdot 2^2 + \binom{13}{3} \cdot 2^3 = 2627$ rader

$\therefore P(10\text{-}13 \text{ rätt}) = \frac{2627}{3^{13}} \approx \underline{\underline{0{,}0016}}$

35. $\left(a^3 - \frac{3}{a}\right)^5$ Koefficienten för a^7-termen = ?

Binomialsatsens ger $n=5$ och k:

$(a^3)^{5-k} \cdot a^{-k} = a^7$

$\therefore \; 15-3k-k=7$

$15-4k=7$

$\underline{\underline{k=2}}$

Binomialkoeff: $\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = \underline{\underline{10}}$

Koeff. av uttrycket i parentesen:

$1^3 \cdot (-3)^2 = 9$

$\therefore$ Koeff. för a^7-termen ; $10 \cdot 9 = \underline{\underline{90}}$

36. 5 sexsidiga tärningar

a) P(4 har samma valör) = ?

$\binom{5}{4}\left(\frac{1}{6}\right)^4\left(\frac{5}{6}\right) \cdot 6$ ← sex olika valörer

P(inte t.ex. 1) för en tärning

P(t.ex. 1) för 4 tärningar

Antal kombinationer

$\approx \underline{0{,}019}$

b) P(kåk) = ?

$\binom{5}{2}\left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \binom{3}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^3$ (enl. resonemanget i a))

Antal "valörvarianter" : $5 \cdot 6 = \underline{30}$

$\therefore \binom{5}{2}\left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \binom{3}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot 30 \approx \underline{\underline{0{,}039}}$

37. $\left(\sqrt{x} + \frac{3}{x^2}\right)^{10}$

Binomialsatsen ger $(n=10)$:

$$\sqrt{x}^{\,10-k}\left(\frac{3}{x^2}\right)^k$$

Sifferterm kräver: $\frac{1}{2}(10-k)+(-2k)=0$

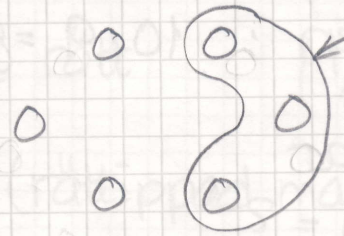
$10-k-4k=0$

$\underline{\underline{k=2}}$

Binomialkoeff: $\binom{10}{2}=45$

Koeff. av termerna: $1^8 \cdot 3^2 = 9$

$\therefore$ Siffertermen $= 45 \cdot 9 = \underline{\underline{405}}$

39. 

grupp med Robert, Ailin & Pierre

Antal placeringar av gruppen: $4!$

Antal placeringar inom gruppen: $3!$

Totalt antal möjliga placeringar: $6!$