Repetition

Kapitel 1

* Funktion: Beskriver sambandet mellan två variabler. "Vet man den ena, kan man beräkna den andra." Kan beskrivas grafiskt i koordinatsystem där de två variablerna bildar punkter. Många sammanbundna punkter bildar en graf.

  ex) $y = 3x+8$
  $f(x) = 3x+8$

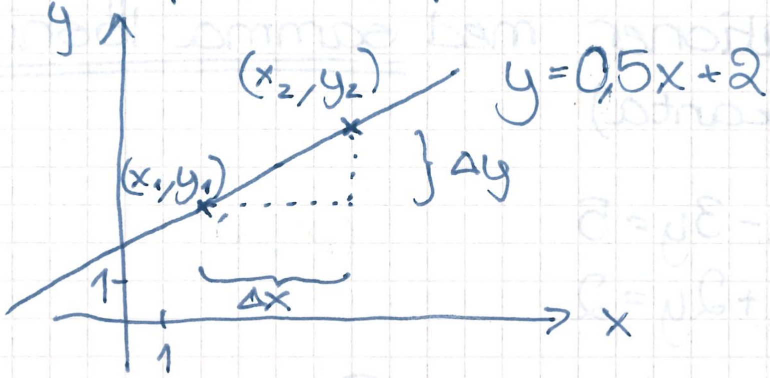
* Uttryck: Anger hur något beräknas. Innehåller minst en variabel.

  ex: $3x+8$

* Ekvation: En likhet med minst en variabel. Gör så att vi kan "beräkna x", dvs räkna ut vilket x som uppfyller likheten.

  ex: $2x+5=3x+8$

* <u>Räta linjer</u> (linjära funktioner)



- Brukar anges på formen:

  $y = kx + m$

  m – skärning y-axel

  k – lutning $k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

- Allmän form:

  $Ax + By + C = 0$ (bryt ut y så får du

  $y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{A}$

  där $-\frac{A}{B} = k$ och $-\frac{C}{A} = m$)

- Parallella linjer har samma k-värde

- Vinkelräta linjer ($y = k_1 x + m$ och $y = k_2 x + m$)
  för k gäller: $k_1 = -\frac{1}{k_2}$

* Ekvationssystem:

Två ekvationer med samma lösning:
(två obekanta)

Ex) $\begin{cases} 2x-3y=5 \\ 4x+2y=2 \end{cases}$

- Grafisk lösning: Rita linjerna. Skärningspunktens koordinater är lösningen.

- Algebraisk lösning:
  - Additionsmetoden
  - Substitutionsmetoden

Kapitel 2; Ickelinjära funktioner

* Polynom: "En summa av termer där variablernas exponenter är positiva heltal."

ex) $x^3+4x+8=0$

Ett polynoms grad ges av den högsta exponenten.

* Kvadreringsreglerna:

dubbla produkten

Första : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Andra : $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

ex) $(3+x)^2 = 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot x + x^2 = 9 + 6x + x^2$

$(2x-5)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 5 + 5^2 = 4x^2 - 20x + 25$

* Konjugatregeln: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

ex) $(3+x)(3-x) = 9 - x^2$

$(2x-5)(2x+5) = 4x^2 - 25$

* Faktorisering:
  - Bryt ut: ex) $9x + 15 = 3(3x+5)$

    $4x^2 + 20x = 4x(x+5)$

  - Reglerna baklänges:

    ex) $x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2$

    $9x^2 - 12x + 4 = (3x-2)^2$

    $16 - x^2 = (4+x)(4-x)$

Andragradsekvationer

• Grundläggande:

Ex) $x^2 = 4$

$x = \pm\sqrt{4}$

$x = \pm 2$

Ex) $2x^2 + 3 = 21$

$2x^2 = 18$

$x^2 = 9$

$x = \pm\sqrt{9}$

$x = \pm 3$

Komplexa tal

Vi inför imaginära enheten i, där $i^2 = -1$

Om vi får t.ex. $x^2 = \pm\sqrt{-9}$

blir alltså $x^2 = \pm\sqrt{9\cdot(-1)}$

$x^2 = \pm\sqrt{9}\cdot\sqrt{-1}$

$x = \pm 3i$

• Kvadratkomplettering:

Vi utnyttjar kvadreringsreglerna:

Ex) $x^2 + 6x = 7$ V.L. "saknar" 9 för att "vara" kv.regel

$x^2 + 6x + 9 = 7 + 9$

$(x+3)^2 = 16$

$x + 3 = \pm\sqrt{16}$

$x + 3 = \pm 4$

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -7 \end{cases}$$

Ex) (kv. kompl. med komplexa tal)

$x^2 + 6x = -13$ (9 saknas i V.L.)

$x^2 + 6x + 9 = -13 + 9$

$x^2 + 6x + 9 = -4$

$(x+3)^2 = -4$

$x + 3 = \pm\sqrt{-4}$

$x + 3 = \pm 2i$

$$\begin{cases} x_1 = -3 + 2i \\ x_2 = -3 - 2i \end{cases}$$

- pq-formeln (är egentligen en kv. kompl.)
  1) Skriv om ekvationen så den blir på formen $x^2 + px + q = 0$
  2) Sätt in värdena i formeln
  3) Beräkna x-värdena (allra oftast 2st)

Ex) $x^2 + 6x = 7$

$x^2 + 6x - 7 = 0$ ($p = 6$ $q = (-7)$)

$x = -\frac{6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 + 7}$ $(-(-7) \Rightarrow +7)$

$x = -3 \pm \sqrt{9+7}$

$x = -3 \pm \sqrt{16}$

$x = -3 \pm 4$

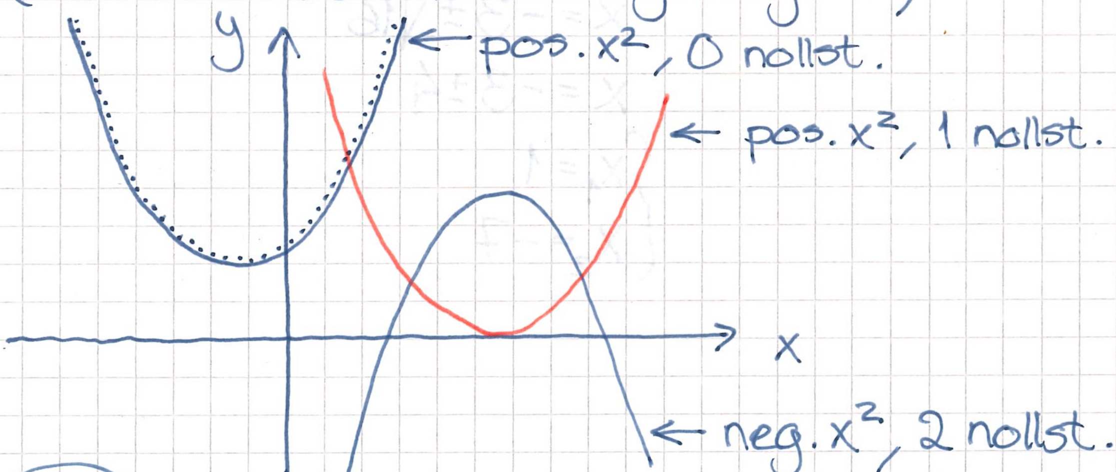
$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -7 \end{cases}$$

Ex) pq med komplexa tal

$$x^2+6x=-13$$
$$x^2+6x+13=0$$
$$x=-\frac{6}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2-13}$$
$$x=-3\pm\sqrt{9-13}$$
$$x=-3\pm\sqrt{-4}$$
$$x=-3\pm 2i$$
$$\begin{cases} x_1=-3+2i \\ x_2=-3-2i \end{cases}$$

Andragradsfunktionens graf

- Är en parabel
- Har en symmetrilinje (parallell med y-axel).
- Funktionsvärdet (y) har ett max- eller minvärde på symmetrilinjen. Vertex.
  Om x^2-termen positiv; minvärde ∪
  – " – negativ; maxvärde ∩
- Kan ha 0, 1 eller 2 nollställen
  (dvs x-värden som ger y=0)



pq: 0 under rottecknet ⇒ 1 nollställe
pos. – " – → 2 nollställen
neg. – " – ⇒ 0 nollst. (reella)

Potensekvationer

- Har variabeln som bas i ett potensuttryck.

Ex) $x^3 = 8$

$x =$

$x = 2$

Ex) $3x^4 = 48$

$x^4 = 16$

$x = \pm\sqrt[4]{16} = \pm 16^{1/4}$

$x = \pm 2$

OBS! $\pm$ i svaret vid jämn exponent

- Potenslagarna!!!
- "Kokbok" på min hemsida.

Logaritmer

- Vi använder (mest) 10-logaritmen

$x = \lg 1000$ betyder "Vad ska vi höja upp 10 till för att få 1000"

$x = 3$

- Andra baser: $\log_2 16 = x$

$x = 4$ ty $2^4 = 16$

$\log_3 9 = x$

$x = 2$ ty $3^2 = 9$

Exponentialekvationer

- Har variabeln som exponent i ett potensuttryck.

  Ex) $2^x = 8$ $\quad\quad$ $4^x = 16$

  $x = 3$ $\quad\quad$ $x = 2$

- Löses m.h.a. logaritmer ("kokbok" på min hemsida)

  Ex) $5^x = 7$

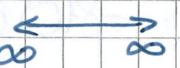
  $\lg(5^x) = \lg 7$

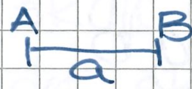
  $x \cdot \lg 5 = \lg 7$

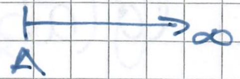
  $x = \frac{\lg 7}{\lg 5}$

Geometri

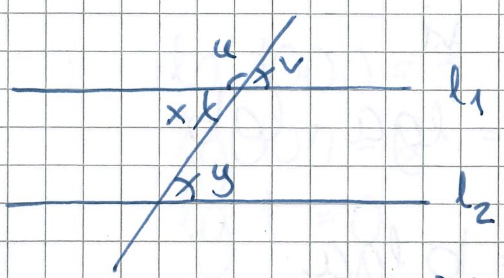
Olika begrepp:

Linje 

sträcka 

stråle 

Vinklar



$l_1 // l_2$

u - v sidovinklar $u + v = 180°$

x - v vertikalvinklar

x - y alternatvinklar

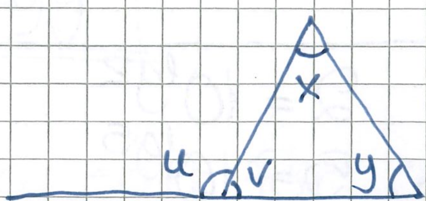
Biselctris ; Delar en vinkel i hälften (stråle

Sats: Påstående som kan bevisas.

Bevis: Övertygande (och sanna) argument för att ett påstående är sant.

$u = x + y$

Yttervinkelsatsen:

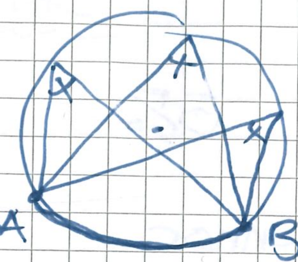


$x + y + v = 180°$ $\quad$ $u + v = 180°$

$x + y = 180 - v$ $\quad$ $u = 180° - v$

$\therefore x + y = u$

Randvinklar:

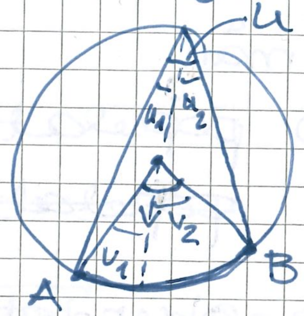


samma båge,
samma vinkel

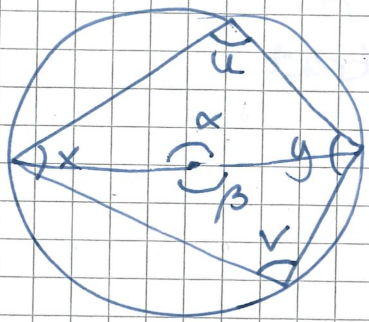
Medelpunktsvinkel:

$v = 2u$

Randv.satsen



Bevis i boken



$x + y = 180°$

$u + v = 180°$

$\alpha = 2u \qquad \beta = 2v$

$\alpha + \beta = 360°$

$2u + 2v = 360°$

$2(u+v) = 360°$

$u + v = 180°$